

La gravedad

Usando tu propia masa y la ley de gravitación universal

$$F = \frac{\Delta M m}{r^2}$$

calcular la masa de la Tierra.

Recordar que la fuerza de gravedad que ejerce la Tierra sobre ti es justamente tu peso en Newtons [N]

$$F = \text{Tu peso}$$

$$m = \text{Tu masa}$$

$$\Delta = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$r = \text{Radio de la Tierra.}$$

Con este resultado ¿Podrías calcular la masa del sol?

Veamos:

La Tierra tira o ejerce una fuerza proporcional al producto de mi masa por la aceleración, que es la gravedad terrestre.

$$F = ma \quad \text{cuando} \quad a = g \rightarrow$$

Esta fuerza se transforma en nuestro peso,

$$F = P = mg$$



siendo "m" la masa de un objeto cualquiera que experimenta una fuerza de atracción igual a la gravedad de un cuerpo mayor "M", la tierra en este caso

La segunda ley de Newton establece:

$$F = \frac{\Delta Mm}{r^2}$$

¿cuál es mi peso "P" en la superficie de la tierra si mi masa "m" es de 72 kg?

$$P = mg \Rightarrow P = 72 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$P = 705.6 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right] = 705.6 \text{ [N]}$$

Ahora, si 705.6 [N] es la fuerza con que me atrae el planeta en su superficie, sustituyendo esa fuerza en la 2da ley de Newton, debería demostrarse cuál es la masa del planeta.

$$F = \frac{\Delta Mm}{r^2} \rightarrow mg = \frac{\Delta Mm}{r^2}$$

O mejor aún, como la fuerza es mi peso en Newtons, tenemos que:

$$705.6 \text{ [N]} = \frac{\Delta Mm}{r^2}$$



...
despejando la masa $M_{\oplus} \rightarrow$.

$$M_{\oplus} = \frac{P r^2}{\Delta m} = \frac{705.6 \text{ [N]} \cdot r^2}{\Delta m} \Rightarrow$$

$$M_{\oplus} = \frac{705.6 \text{ [N]} \cdot (6371000 \text{ [m]})^2}{6.673 \times 10^{-11} \text{ [Nm}^2\text{/kg}^2] \cdot 72 \text{ kg}}$$

$$M_{\oplus} = \underline{5,961 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

(análisis dimensional: $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \text{kg}}$)

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2} = \text{kg})$$

de esta manera hemos deducido la masa de la Tierra a partir de nuestro peso, el radio del planeta y la constante gravitacional (y las leyes de Newton!)

Nota: en Wikipedia el valor de la masa de la Tierra es de: $5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$

ahora: ¿ puedo con la masa del planeta Tierra encontrar la masa del sol?

Por supuesto!

Basta diseñar una ecuación que relacione dos fuerza iguales opuestas:



una fuerza que atrae y otra que intenta alejarla.

La fuerza centrífuga en torno al sol debe ser compensada exactamente por la fuerza gravitatoria tierra-sol.

$$F_{\text{centrifuga}} = F_{\text{grav. tierra-sol}}$$

teniendo:

M_T : Masa terrestre

M_S : Masa del sol

D : Distancia tierra-sol (150×10^9 [m])

$$\frac{M_T v^2}{D} = \frac{\Delta M_T M_S}{D^2} \rightarrow$$

$$\frac{v^2}{D} = \frac{\Delta M_S}{D^2} \Rightarrow M_S = \frac{v^2 D^2}{\Delta D} = \frac{v^2 D}{\Delta}$$

Como puede verse basta conocer la velocidad a la que orbita la tierra en torno al sol, su distancia y la constante gravitacional para hallar la masa del sol.

podemos buscar la velocidad orbital de la tierra o simplemente deducirla:

$$v = \frac{d}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi D}{T} = \frac{2\pi \cdot 150 \times 10^9 \text{ m}}{3.154 \times 10^7 \text{ [s]}}$$

$$v = 29881 \text{ m/s}$$



... --- ...
Esta deducción es posible suponiendo que la Tierra gira entorno al sol siguiendo una órbita circular por lo que la distancia que recorre en el tiempo de un año (su período T) es igual al perímetro de un círculo ($2\pi r$)

Reemplazando el valor de la velocidad en la ecuación anterior, tenemos:

$$M_{\odot} = \frac{v^2 D}{G} = \frac{(29881 \text{ ms}^{-1})^2 \cdot 150 \times 10^9 \text{ [m]}}{6.67 \times 10^{-11} \text{ [Nm}^2 \text{ / kg}^2 \text{]}}$$

$$M_{\odot} = \underline{2.007 \times 10^{30} \text{ [kg]}}$$

En Wikipedia:

$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} \text{ [kg]}$. Es una aproximación bastante buena teniendo en cuenta la deducción partiendo de mi masa y la aplicación de las leyes de Newton. ¡Genial!

por: Uriel Hurtado

