Viernes 28 Agosto / 2020

Cálculo del periodo orbital de "Ceres"

Ceres, el planeta enano ubicado en el cinturón principal de asteroides, orbita alrededor del sol a una distancia promedio de 2.77 UA. ¿cuál es su periodo orbital? (Tener en cuenta la tercera Ley de Kepler)

La tercera Ley de Kepler se cumple para todos los planetas: La razón entre el periodo de revolución al cuadrado y el semieje mayor de la elipse al cubo se mantiene constante.

$$\frac{T^2}{a^3} = C$$

básicamente con esta relación podríamos encontrar la solución del Periodo de Ceres, pues al ser esta relación constante se mantiene para cualquier planeta del sistema solar. Bastaría igualar cualquier relación planeta-sol con la relación Ceres-sol y despejar de esta última su periodo: Pensemos una relación tierra-sol, Ceres-sol.

$$\frac{T^2_{Tierra}}{r^3_{tierra-sol}} = \frac{T^2_{ceres}}{r^3_{ceres-sol}} \rightarrow$$

$$T^2_{ceres} = \frac{T^2_{Tierra} \times r^3_{ceres-sol}}{r^3_{tierra-sol}}$$

$$T_{ceres} = \left(\frac{(31557600)^2 [s] \times (415,5 \times 10^9 m)^3}{(150 \times 10^9 m)^3} \right)^{1/2}$$

$$T_{ceres} = \sqrt{2,116 \times 10^{16} s^2}$$

$$T_{ceres} = 145,14 \times 10^6 \text{ seg.}$$

$$T_{ceres} = \frac{145.14 \times 10^6 \text{ seg}}{60 \times 60 \times 24} = \boxed{1683 \text{ días}}$$

2. Un exoplaneta orbita alrededor de una estrella que tiene la misma masa que el sol con un periodo de 3 meses ¿cuál es la distancia orbital promedio del exoplaneta?

Procedimos de forma analoga al problema anterior aplicando la relación que encontró Kepler entre los periodos y las distancias:

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{Constante}$$

igualamos una relación que podamos conocer con la relación periodo/radio del exoplaneta, despejamos su radio y obtenemos el dato de su distancia :(simulamos una relación tierra-sol)

$$\frac{T^2_{Tierra}}{r^3_{Tierra-sol}} = \frac{T^2_{exopl.}}{r^3_{sol-exopl.}} \rightarrow .$$

$$r_{sol-exopl.} = \sqrt[3]{\frac{r^3_{tier-sol} \times T^2_{exopla.}}{T^2_{tierra}}}$$

$$r_{sol-expl.} = \left(\frac{(150 \times 10^9 m)^3 \times (30 \times 3 \times 24 \times 60 \times 60 \, seg)^2}{(31557600 \, seg)^2}\right)^{1/3}$$

$$r_{sol-exopl.} = 58.9 \times 10^9 m \simeq \boxed{59 \times 10^6 km}$$

Este exoplaneta se encontraría aproximad/. a un tercio de la distancia Tierra Sol (si existiera una tierra gemela en ese sol gemelo)

Analizando la formula de Newton desde la aceleración centripeta.

Partiendo de la ecuación de Huygens de 1659 (mucho antes de Newton)

$$a = \frac{V^2}{r} \longrightarrow$$

$$v^2 = a r \longrightarrow \quad v = \sqrt{a r}$$

esta sería la velocidad que experimenta un cuerpo sometido a una aceleración centripeta.
Lo que newton hace es suponer que en un cuerpo en órbita la aceleración centripeta es la aceleración de la gravedad:

$$a = \frac{G M}{r^2}$$

Sustituyendo:

$$v = \sqrt{a r} = \sqrt{\frac{G M}{r^2} \cdot r} = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

Si reemplazamos los datos del problema 1 (el periodo de Ceres) tendriamos:

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11}\, m^3 kg^{-1} s^{-2} \times 2 \times 10^{30}\, kg}{150 \times 10^{9} m \times 2.67}} = 18\,250.5\ m/s$$

como la $v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$ y la distancia que Ceres recorre es una circunferencia, tenemos:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{2\pi r}{t} \rightarrow t = \frac{2\pi r}{v}$$

Siendo t el tiempo que Ceres tarda en completar una vuelta, es decir su periodo T

$$t = T = 2\pi \times 150 \times 10^6 \times 2.67 m / 18250.5 m/s$$

$$\boxed{t = T = 1595 \text{ dias}}$$

de manera análoga podemos determinar la masa de cualquier objeto conociendo su radio y su velocidad

$$M = \frac{v^2 r}{G}$$

¡de esta manera se puede calcular el peso de una galaxia! (fantástico)